

La distribución Lagrangiana de Poisson en la bibliometría brasileña

The Lagrangian Poisson distribution in the Brazilian bibliometrics

Rubén Alvarado Urbizagástegui

Doutor em Ciência da Informação pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Bibliotecário na Universidade da Califórnia, Riverside.
E-mail: ruben@ucr.edu

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es corregir las inadecuadas aplicaciones e interpretaciones del modelo Lagrangiano de Poisson, replicando los datos de dos artículos anteriores, en el campo de administración y ciencia de la información brasileñas, donde se aplicaron el modelo Lagrangiano de Poisson de forma inadecuada. Se replica la aplicación del modelo para adecuarlo a su uso correcto. En el primer estudio replicado del área de emprendimiento y comportamiento emprendedor, se encontró que los datos de la productividad de los autores se ajustan adecuadamente a la distribución Lagrangiana de Poisson cero truncada. Igualmente, en el caso del estudio de la productividad de los autores del Grupo de Trabajo 4 (GT4) del ENANCIB, se encontró que estos datos también se ajustan a la distribución Lagrangiana de Poisson. Estos resultados invalidan los resultados obtenidos por la aplicación del modelo a la productividad de los autores en los dos estudios anteriores replicados en este trabajo.

Palabras clave: Distribución Lagrangiano de Poisson. Productividad de los autores. Ley de Lotka. Ciencia de la Información Área de emprendimiento.

ABSTRACT

The objective of this work is to correct the inadequate applications and interpretations of the Lagrangian Poisson model, replicating the data of two previous studies in the field of administration and Brazilian information science, where the Lagrangian Poisson model is applied in an inappropriate manner. The application of the model is replicated to adapt it to a correct use of the model. In the first replicated study of the area of entrepreneurship and entrepreneurial behavior, it was found that the productivity of the authors fit adequately to the zero truncated Lagrangian Poisson distribution. Likewise, in the case of the study of the productivity of the authors of the ENENCIB Working Group 4 (GT4), it was found that this data also fits the zero truncated Lagrangian Poisson distribution. These results invalidate the results obtained by the application of the model to the authors' productivity in the two replicated studies.

Keywords: Lagrangian Poisson distribution. Author's productivity. Lotka's Law. Information Science. Entrepreneurship.

1 INTRODUCCIÓN

Existe una clase de distribuciones de probabilidades discretas lagrangianas que consta de varias familias estadísticas y que llevan diferentes nombres: distribución de Poisson modificada, distribución Lagrangiana de Poisson, distribución de Poisson

generalizada, distribución binomial negativa generalizada, distribución de series logarítmicas generalizadas, distribución de series de potencia modificada y distribución de series de potencia generalizada y otras (CONSUL, 1983). Estas distribuciones no han sido exploradas en el campo de la bibliometría latinoamericana salvo la distribución binomial negativa (URBIZAGÁSTEGUI-ALVARADO; OLIVEIRA, 2001) estudiando la productividad científica de los antropólogos brasileños y la distribución Lagrangiana de Poisson (URBIZAGÁSTEGUI-ALVARADO, 2003) replicando los datos del estudio realizado por Targino & Caldeira (1988) sobre la productividad académica de los docentes de la Universidad Federal de Piauí.

Sin embargo, recientemente la distribución Lagrangiana de Poisson ha merecido la atención de Moreira; Moreira y Castro Silva (2014) explorando la producción científica brasileña en las áreas de emprendimiento y comportamiento emprendedor publicadas en los Anales de los Encuentros de la Asociación Nacional de Posgraduación en Administración (ENANPADs) de 2003 a 2012, para verificar si la producción de documentos en ese campo de investigación sigue una distribución Lagrangiana de Poisson y para lo cual utilizan técnicas bibliométricas. Similarmente, Frogeri et al. (2019) estudiaron la productividad de los autores del Grupo de Trabajo 4 (GT4) del ENANCIB (Encuentro Nacional de Investigación en Ciencias de la Información) dedicado a los estudios de gestión de la información y el conocimiento en las organizaciones. En este contexto, estudiaron la productividad habida entre los años 2003 a 2018 de 973 estudios producidos por 593 autores. Para aplicar la Ley de Lotka en ambos trabajos se hizo uso de la distribución Lagrangiana de Poisson, siguiendo las orientaciones ofrecidas por Urbizagastegui (2003). Como se advierte en este artículo, la distribución Lagrangiana de Poisson solo es aplicable a distribuciones donde los datos muestran la cantidad de autores que NO tienen NINGUNA producción de documentos en el periodo estudiado; es decir que los datos exhiban cero producciones en el primer momento de la distribución. Específicamente, en el artículo se afirma que:

[...] otros investigadores han experimentado con diferentes modelos estadísticos para describir la distribución de la productividad de los autores, especialmente cuando, en la distribución de frecuencias observadas, **se han recogido autores que no han publicado en el período estudiado, es decir, cuando las muestras incluyen cero producciones** (URBIZAGÁSTEGUI-ALVARADO, 2003, p. 192).

Para estimar la productividad de los investigadores con datos de este tipo, la distribución Lagrangiana de Poisson es muy eficiente. Lamentablemente, ni los autores mencionados anteriormente, ni los pares evaluadores de los mencionados artículos, ni los editores de la revista y/o evaluadores del ENANCIB parecen haber prestado atención a este importante detalle, pues los datos de Moreira; Moreira & Castro Silva (2014) y Frogeri et al. (2019), **no incluyen autores con cero producciones**. Precisamente por esa omisión es que los autores llegan a la conclusión de que:

Analizando la distribución a la luz del modelo de Poisson Lagrangian, es evidente que los valores esperados de los autores con un solo artículo están muy por debajo del valor observado de los artículos, situándose en 54,01%. Situación similar se observó para la contribución de los autores con dos y tres artículos, cuyos valores esperados estuvieron muy por debajo de los valores observados, respectivamente 64,29% y 14,29%. (MOREIRA; MOREIRA; CASTRO SILVA, 2014, p. 50).

Por esa misma razón es que el valor de la prueba chi-cuadrada (χ^2) estimada fue de 141,98 rechazándose la hipótesis del ajuste de esa distribución al modelo Lagrangiano de Poisson a un nivel de significancia de 0.05.

Igualmente, en el caso del estudio de la productividad de los autores del Grupo de Trabajo 4 (GT4) del ENANCIB, el valor del chi-cuadrado calculado fue de 425.240,91 y por lo tanto los autores concluyeron que “los valores presentados no demuestran una distribución del tipo Lagrangiana de Poisson” (Frogeri et al., 2019, p. 15).

El objetivo de este trabajo es corregir estas inadecuadas aplicaciones e interpretaciones del modelo Lagrangiano de Poisson, replicando los datos del artículo de Moreira; Moreira & Castro Silva (2014) y de la ponencia de Frogeri et al. (2019) pero utilizando el modelo que deberían haber aplicado a sus datos: ***el modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado***.

Para lograr el objetivo propuesto, este documento está organizado de la manera siguiente: después de una somera introducción y establecimiento del objetivo del artículo, se ofrece un marco teórico de los estudios relacionados con el modelo Lagrangiano de Poisson, luego se describe la metodología, es decir, las unidades de análisis y la forma de medición de los mismos; Se presentan los resultados obtenidos y se exponen las conclusiones. Finalmente se lista la bibliografía que se empleó para la redacción de esta investigación.

2 MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA

La distribución de **Lagrangiana de Poisson** en la literatura estadística especializada también es conocida como la distribución de Poisson Generalizada (DPG) (Scollnik, 1998, p. 136). Esta distribución fue introducida por Consul y Jain (1973a) como una forma límite de la distribución binomial negativa generalizada. La determinación de la media y la varianza de la distribución de Poisson Generalizada es bastante compleja y ha sido estudiada por varios autores (CONSUL; SHOUKRI, 1985).

Consul y Jain (1973a, 1973b) generaron una nueva distribución de Poisson generalizada (DPG) con dos parámetros λ (lambda) y λ_1 (lamda-1) donde la **varianza** de este modelo puede ser mayor, igual o menor que la **media** según si el segundo parámetro λ es positivo, cero o negativo, y tanto la media como la varianza tienden a aumentar o disminuir de valor a medida que λ_1 aumenta o disminuye. Cuando λ es positivo, la media y la varianza aumentan de valor a medida que λ aumenta, pero la varianza aumenta más rápidamente que la media. Esta DPG tiene una forma simple, pero su capacidad de cambios mayores en la varianza que en la media es muy útil en estudios de varios tipos. Aunque el modelo DPG tiene sólo dos parámetros λ y λ_1 , proporciona ajustes excelentes a varios tipos de patrones observados que se supone que son de la forma binomial, binomial negativa, Poisson y a muchos otros datos observados donde muchos otros modelos no se ajustan a la variables que se estudian. Según los autores el modelo DPG proporciona buenos ajustes a todo tipo de datos de contajes, ya que la varianza de esta distribución es mayor, igual o menor que la media, según λ sea positiva, cero o negativa.

Por ejemplo, Consul (1975) estudió algunas de las caracterizaciones de la DPG basadas en modelos de averías. Consul y Shoukri (1985) estudiaron la DPG cuando la media muestral es mayor que la varianza muestral, en cuyo caso la DGP se trunca. Consul y Shoukri (1986) obtuvieron una relación de recurrencia entre los momentos negativos del DPG y la expresión específica derivada. Consul (1986) derivó la distribución de probabilidad de las diferencias entre las dos variantes de la DPG. Consul y Famoye (1989) estudiaron la estimación de los parámetros de la DPG por el método de momentos, método de máxima verosimilitud y método mixto. Ofrecieron algunos ejemplos para ilustrar el efecto en las estimaciones de los parámetros cuando se usa una DPG no truncada en lugar de una DPG truncada. Sin embargo, es necesario aclarar que todos estos esfuerzos están dirigidos a los contajes con datos no truncados o en algunos casos con

datos truncados a la derecha de la distribución; es decir, en la agrupación de los datos con menores frecuencias. Un modelo de probabilidades discretas siempre se trunca durante el proceso de muestreo y el punto de truncamiento depende del tamaño de la muestra. Además, la distribución generalizada de Poisson no se puede utilizar con plena justificación cuando el segundo parámetro es negativo. Para evitar estos problemas, se define y estudia una distribución generalizada de Poisson truncada.

Sin embargo, los esfuerzos por encontrar ecuaciones estadísticas que den cuenta de las distribuciones truncadas a la izquierda de una distribución son pocas. Por ejemplo, Famoye (1994) considera el uso de una distribución de Poisson generalizada desplazada (o truncada en cero) para describir la ocurrencia de eventos en los procesos de producción. Propone el método de los momentos y máxima verosimilitud para estimar los parámetros de la distribución de Poisson generalizada truncada. Hassan y Ahmad Mir (2007), obtienen el estimador de Bayes y la función de confiabilidad de la distribución de Poisson generalizada truncada en cero. Además, derivan las relaciones de recurrencia para el estimador de los parámetros utilizando la técnica de simulación de Monte Carlo para comparar el estimador de Bayes y la función de ajuste de la DGP cero truncada con el estimador de máxima verosimilitud.

Sin embargo, quienes desarrollan un método de aplicación más sencillo y amigable para estimar los datos por el método de los momentos son Mishra y Singh (1993). Siguiendo sus especificaciones **el modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado** será aplicado a los datos de Moreira; Moreira & Castro Silva (2014) y Frogeri et al. (2019).

3 MATERIAL Y METODO

Para este caso específico no es necesario la descripción de los datos ni de la forma como fueron recopilados, ya que los datos proceden de los trabajos publicados por Moreira; Moreira y Castro Silva (2014) y Frogeri et al. (2019). En ambos casos se hizo uso del modelo Lagrangiano de Poisson aplicándolos incorrectamente a casos donde NO están presentes autores con cero productividad de artículos.

Para medir estos datos y contrastar los resultados con los estudios mencionados anteriormente, se hizo uso del **modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado**. Existen dos formas de truncar los datos en una distribución de frecuencias: truncado a la derecha y truncado a la izquierda.

Se dice que una distribución es truncada a la derecha cuando se agrupan los datos del final (la cola) de una distribución, es decir, en el caso de la productividad de los autores, cuando se truncan (o agrupan) los artículos con mayor frecuencia, pero con pocos autores. Esto es, la parte superior de la distribución de frecuencias.

Por el contrario, se dice que una distribución es truncada a la izquierda cuando se agrupan (o truncan) los datos del inicio de una distribución, es decir, en el caso de la productividad de los autores, cuando se truncan (o se eliminan o no existen) los autores con menor producción, pero con muchas frecuencias. Esto es, la parte inicial de la distribución de frecuencias de la productividad de los autores.

Como el modelo Lagrangiano de Poisson está pensado para casos cuando en la primera frecuencia de la distribución aparecen autores con cero producción de documentos (como en el caso de los datos de TARGINO; CALDEIRA (1988), es que toma el nombre de distribución Lagrangiano de Poisson; pero toma el nombre de distribución Lagrangiano de Poisson cero truncado, cuando en los datos a analizar no aparecen autores con cero producciones, porque lo que se está truncado (cortando) son los autores con cero producciones. Por ejemplo, en los datos presentados por Moreira, Moreira y Castro Silva (2014) y Frogeri et al. (2019) no existen autores con cero producción de documentos, por lo tanto, se hace necesario truncar (cortar) del modelo los autores con cero producciones. Para casos como este el modelo **Lagrangiano de Poisson cero truncado** es el más apropiado y muy eficiente.

Según Mishra y Singh (1993), la ecuación de la distribución Lagrangiana de Poisson cero truncada, se puede expresar como:

$$P_2(x) = \lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2)^{x-1} \text{Exp} [-(\lambda_1 + x\lambda_2)] / x! (1 - e^{-\lambda_1})$$

$$x = 1, 2, 3.$$

Como esta ecuación no es simple de resolver y necesita una infinidad de cálculos, para su solución, Mishra y Singh (1993) propusieron la siguiente ecuación que se puede resolver por el método de los momentos:

$$P_3(x) = (1 - \lambda_2) (\lambda_1 + x\lambda_2)^{x-1} \text{Exp} [-(\lambda_1 + x\lambda_2)] / (x-1)!$$

$$\lambda_1 > -1; |\lambda_1 \lambda_2| < 1 + \lambda_1; x = 1, 2, 3, \dots$$

Por conveniencia y para facilitar los cálculos permiten que: $1 - \lambda_2 = \theta$. La media y la varianza pueden ser expresadas como:

$$u' = \frac{(\lambda_1 - 1)}{\theta^2}$$
$$u_2 = \frac{[2(1 - \theta) + \lambda_1 \theta]}{\theta^4}$$

Esto produce una ecuación en θ (theta) expresada como:

$$\mu_2 \theta^4 - \mu_1' \theta^2 + 2\theta - 1 = 0$$

En esta ecuación, reemplazando μ_1' y μ_2 por la media y la varianza de los datos observados se obtiene:

$$S^2 \theta^4 - \tilde{x} \theta^2 + 2\theta - 1 = 0$$

Pero esta ecuación solo se puede resolver usando el método de interpolación iterativo Newton-Raphson para así obtener el valor estimado de λ_2 (lambda-2). Para eso primero se debe estimar el valor de λ_1 (lambda-1) porque sin conocer antes el valor de θ (theta) sería imposible calcular el valor de λ_1 . Después, una vez conocido el valor de (theta) se calcula λ_1 (lambda-1) usando la siguiente ecuación:

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{(\theta^2 \tilde{x} - 1)}{\widehat{\theta}}$$

En este artículo esta metodología de trabajo que se usó para estimar los datos replicados del artículo de Moreira; Moreira & Castro Silva (2014).

El modelo Lagrangiano de Poisson fue aplicado a los datos de Frogeri et al. (2019), pero con un pequeño truco, que es restar el valor de 1 a cada valor de la columna de los artículos producidos por los autores, de tal forma que, por ejemplo, en la distribución de frecuencias se tendría 451 autores con 0 artículos; 65 autores con 1 artículo; 35 autores con 2 artículos, y así sucesivamente hasta el final de los datos con 1 autor con 25 artículos. Con esta pequeña modificación de los datos la organización de los mismos se ajusta a las exigencias del modelo Lagrangiano de Poisson (URBIZAGÁSTEGUI-ALVARADO, 2003), no

se necesita truncar los datos y se puede estimar los parámetros del modelo. Para estimar los parámetros de este modelo se usó el paquete **stats** del Proyecto R (*R CORE TEAM, 2012*). El paquete estadístico SPSS versión 24 para Windows se usó para estimar los valores esperados y el valor del chi-cuadrado.

5 RESULTADOS

Siguiendo las especificaciones de Mishra y Singh (1993) el modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado fue aplicado a los datos de Moreira, Moreira y Castro Silva (2014), estimándose $\theta = 0.7771$. Con el valor de θ ya conocido se estimó el valor de λ_2 obteniéndose $\lambda_2 = 0.2229$. y luego se estimó el valor de $\lambda_1 = -0.28484$. Con ambos parámetros estimados y ya conocidos se calculó el número de autores esperados. El resultado de los cálculos de los autores observados y estimados puede verse en la **Tabla 1** siguiente.

Tabla 1. Autores observados y esperados

Artículos	Autores Observados	Autores Estimados
1	324	320.0
2	35	41.2
3	14	15.1
4	9	6.1
5	3	2.6
6	2	1.1
Total	387	386.1

Fuente: Autoría propia

$$\theta = 0.7771$$

$$\lambda_2 = 0.2229$$

$$\lambda_1 = -0.28484$$

$$\chi^2 = 2.8983$$

$$df = 2$$

$$p\text{-value} = 0.05$$

Para estos datos el chi-cuadrado estimado es igual a **2.8983** y el valor crítico es igual a **5.99147** al nivel de significancia de 0.05 y con 2 grados de libertad. Por lo tanto, estos datos se ajustan adecuadamente a la distribución **Lagrangiana de Poisson cero**

truncada. Estos resultados comparados con los resultados obtenidos por Moreira, Moreira y Castro Silva (2014), muestran una enorme diferencia (Ver su Tabla 2).

Tabla 2 – Comparación entre artículos esperados y observados

Nº de contribuições por autor	Nº de autores	Nº de artigos esperados	Percentual de variação
1	324	175	54,01
2	35	45	64,29
3	14	6	14,29
4	9	0	-
5	3	0	-
6	2	0	-
TOTAL	387	226	

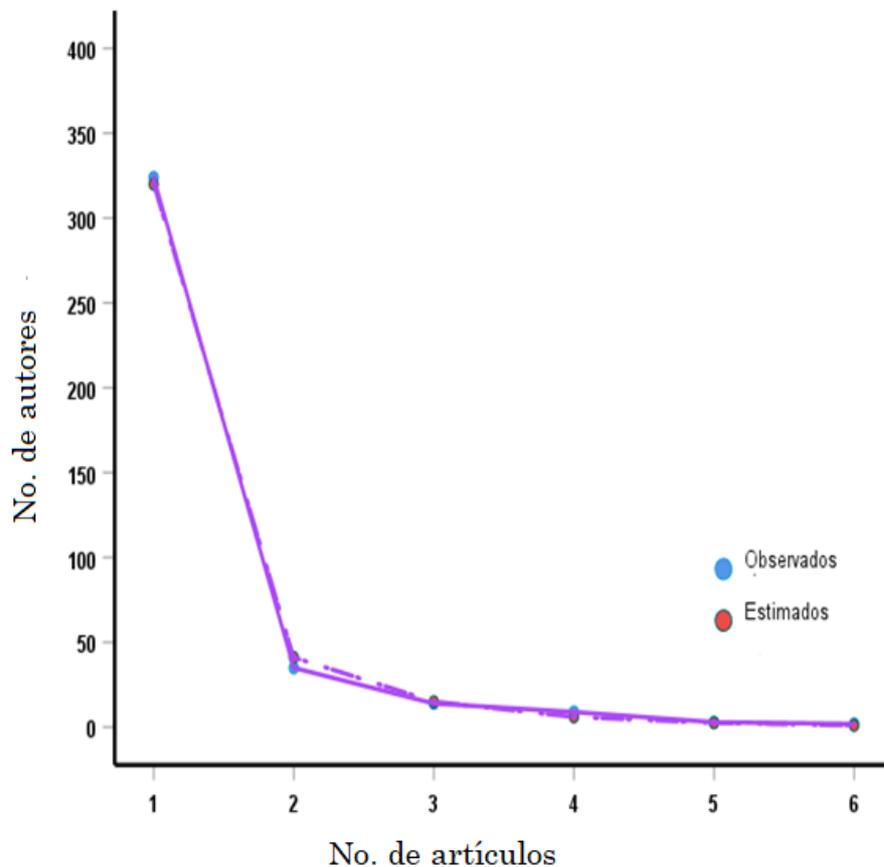
Fuente: Moreira y Castro Silva (2014)

Es más, esta Tabla 4 muestra también un error, no es el “Número de artículos esperados” sino el “Número de autores esperados”. Se debe observar también que los autores estimados NO corren parejos con los autores observados, con grandes diferencias estadísticamente significativas. También el total de autores esperados calculados suman apenas 226 autores frente al número total de autores observados que son 387 autores, y las estimaciones tienen una diferencia de 161 autores en total.

Sin embargo, cuando se aplican a estos datos el modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado los valores estimados por el método de los momentos muestran que el número de los autores estimados corren casi parejos con los autores observados, con pequeñas diferencias estadísticamente NO significativas. También el número total de autores estimados frente al número total de autores observados tienen una diferencia de apenas 0.9 autores; es decir, más o menos 1 autor (Ver Tabla 1 arriba).

Igualmente hay diferencias significativas en el chi-cuadrado estimado. Mientras que Moreira, Moreira y Castro Silva (2014), estimaron un $\chi^2 = 141,98$ para estos datos, con del modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado se estimó un $\chi^2 = 2.8983$, una alta diferencia de 139.0817 puntos entre ambas estimaciones. Las estimaciones del modelo Lagrangiano de Poisson cero truncado son mucho más coherentes para este tipo de datos. La siguiente gráfica de dispersión confirma este ajuste (Ver Figura 1).

Figura 1 - Gráfica de dispersión de los datos observados y estimados



Fuente: Autoría propia

El resultado de la aplicación del modelo Lagrangiano de Poisson a los datos de Frogeri et al. (2019), puede verse en la **Tabla 3** siguiente pero ya con los valores originales restituidos en la columna de los artículos. Para estos datos el chi-cuadrado estimado es igual a **10.8009** y el valor crítico es igual a **12.5916** al nivel de significancia de 0.05 y con 6 grados de libertad. Por lo tanto, estos datos se ajustan adecuadamente a la distribución **Lagrangiana de Poisson**.

Tabla 3. Autores observados y esperados

Artículos	Autores Observados	Autores Estimados
1	451	461.14
2	65	63.04
3	35	25.20
4	20	13.44
5	6	8.21
6	3	5.44
7	2	3.79

8	3	2.75
9	2	2.06
10	1	1.56
11	1	1.20
12	1	0.94
21	1	0.15
23	1	0.11
26	1	0.07
Total	593	589.10

Fuente: Autoría propia

$$x^2 = 10.8009$$

$$vc = 12.5916$$

$$df = 6$$

$$p\text{-value} = 0.05$$

Estos resultados comparados con los resultados obtenidos por Frogeri et al. (2019) muestran también una enorme diferencia (Ver su Tabela 4 abajo). Mientras que estos autores estimaron un $x^2 = 425240.91$, con el modelo Lagrangiano de Poisson se estimó un $x^2 = 10.8009$, una alta diferencia de **425230.1091** puntos entre ambas estimaciones. Las estimaciones del modelo Lagrangiano de Poisson son mucho más coherentes para estos datos.

Tabla 4 - Cálculo do qui-quadrado

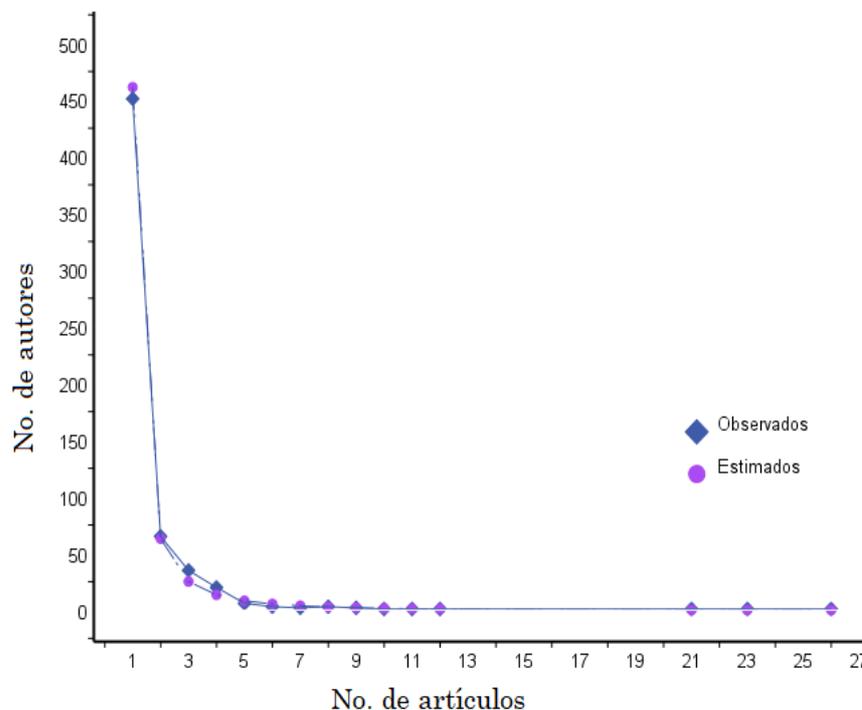
x	fo	ft	(fo-ft)	(fo-ft) ²	((fo-ft) ² /ft
1	451	150,20	300,80	90479,95	602,39
2	65	110,82	-45,82	2099,59	18,95
3	35	40,31	-5,31	28,17	0,70
4	20	10,26	9,74	94,77	9,23
5	6	2,08	3,92	15,37	7,39
6-7	5	0,35	4,65	21,60	61,21
8-9	5	0,01	4,99	24,93	3769,16
10,26	6	0,00	6,00	36,00	420771,89
Total:	593	314,03		X ²	425.240,91

Fuente: Frogeri et al. (2019)

En la Tabela 4 de Frogeri et al. (2019), el total de autores esperados calculados suman apenas 314.03 autores, una diferencia de 279 autores estimados. Mientras que en los datos estimados mediante una correcta aplicación del modelo Lagrangiano de Poisson, para estos mismos datos el total de autores estimado es de 598.10; es decir, una diferencia de apenas de apenas 3.9 autores, o más o menos 4 autores. También los autores estimados corren muy parejos a los autores observados con pequeñas diferencias estadísticamente no significativas (Ver Tabla 2 arriba).

La gráfica de dispersión confirma este ajuste (Ver Figura 2). Se puede ver que los datos observados y estimados están bastante próximas en la gráfica.

Figura 2. Gráfica de dispersión de los datos observados y estimados



Fuente: Autoría propia

6 CONCLUSIÓN

Cuando se trata de aplicaciones de modelos estadísticos a la productividad de los autores, se debe prestar mucha atención al modelo que se está utilizando. Cada modelo tiene sus propias especificaciones y formas de estimación de sus parámetros, si esas especificaciones no se respetan naturalmente los resultados serán equivocados como en estos dos casos. Por otro lado, es necesario afirmar que el conocimiento de modelos

estadísticos no es el pasatiempo favorito de nadie y menos de los científicos de la información, pues no fuimos entrenados en los secretos de la matemática y la estadística. El aprendizaje toma un largo tiempo de lectura y también de aplicaciones, aunque erradas, pues cometiendo errores también se aprende. Es más, estos modelos estadísticos no hacen parte del currículo de formación académica de estudiantes en los programas de graduación o posgraduación del campo de la Bibliotecología y las Ciencias de la Información, por lo tanto, el aprendizaje se complica aún más. El modelo **Lagrangiano de Poisson cero truncado** es de extrema ductilidad para explicar la productividad de los autores y debería ser estudiado con mayor atención y frecuencia. Si fuese posible también debería ser enseñado en los programas de formación académica del campo de la ciencia de información, especialmente en aquellos comprometidos con la mal llamada bibliometría, cienciometría o “metrías”.

REFERENCIAS

CONSUL, P.C. On the differences of two generalized Poisson variates. **Communication in Statistics- Theory and Methods**, v. 15, n. 3, p. 761-767, 1986.

CONSUL, P. C. Lagrange and related probability distributions. En: Kotz and NL Johnson (Eds.). **Encyclopedia of Statistical Sciences**, Vol. 4, S, 1983.

CONSUL, P.C.; FAMOYE, F. The truncated generalized Poisson distribution and its estimation. **Communications in Statistics-Theory and Methods**, v. 18, n. 10, p. 3635-3648, 1989.

CONSUL, P.C.; JAIN, G.C. A generalization of the Poisson distribution. **Technometrics**, v. 15, n. 4, p. 791-799, 1973a

CONSUL, P.C.; JAIN, G.C. On some interesting properties of the generalized Poisson distribution. **Biometrische Zeitschrift**, v. 15, p. 495-500, 1973b.

CONSUL, P.C.; SHOUKRI, M.M. The generalized Poisson distribution when the sample mean is larger than the sample variance. **Communications in Statistics-Theory and Methods**, v.14, n. 3, p. 667-681, 1985.

CONSUL, P.C.; SHOUKRI, M.M. The negative integer moments of the generalized Poisson distribution, **Communications in Statistics-Theory and Methods**, v. 15, n. 4, p. 1053-1064, 1986.

FROGERI, R.F.; MARTINS, A.de.P.; MARIA, T.C.; FRAGA, R.M. O Grupo de Trabalho 4 do ENANCIB: uma análise bibliométrica. In: ENANCIB 2019. 2019.

HASSAN, A.; AHMAD MIR, K. On the Bayes Estimators of Parameter and Reliability Function of the zero-truncated generalized Poisson distribution. **Philippines Statistician**, v. 56, no. 1-2, p. 41-53, 2007.

MISHRA, A.; SINGH, S.K. A size biased Lagrangian Poisson Distribution and its use in zero-truncated cases. **Ranchi University Mathematical Journal**, v. 24, p. 21-28, 1993.

MOREIRA, H. S. A.; MOREIRA, M. A.; CASTRO SILVA, W. A. Dez anos de pesquisa em empreendedorismo apresentados nos Enanpads de 2003 a 2012: análise dos autores engajados na área. **Revista de Empreendedorismo e Gestão de Pequenas Empresas**, v. 3, n. 1, p. 33-55, 2014.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria: R **Foundation for Statistical Computing**, 2012. Disponível em: <http://www.R-project.org/> Acesso em: 15 oct. 2020.

SCOLLNIK, D.P.M. On the analysis of the truncated generalized Poisson distribution using a Bayesian method. **ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA**, v. 28, no. 1, p. 135-152, 1998.

TARGINO, M. das G.; CALDEIRA, P. da T. Análise da produção científica em uma instituição de ensino superior: o caso da Universidade Federal do Piauí. **Ciência da Informação**, v. 17, n. 1, p.15-25, 1988.

URBIZAGÁSTEGUI-ALVARADO, R. A Lei de Lotka: o modelo Lagrangiano de Poisson aplicado à produtividade de autores. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 8, n. 2, p. 188-207, 2003.

Recebido em: 19 de janeiro de 2022
Aprovado em: 31 de março de 2022
Publicado em: 17 de junho de 2022